MARYAN SMOLUCHOWSKI

O ODDZIAŁYWANIU WZAJEMNEM KUL PORUSZAJĄCYCH SIĘ W OŚRODKU LEPKIM

KRAKÓW
NAKŁADEM AKADEMII UMIEJĘTNOŚCI
SKŁAD GŁÓWNY W KSIĘGARNI SPÓŁKI WYDAWNICZEJ POLSKIEJ
1911.

Osobne odbicie z T. LI. Ser. A. Rozpraw Wydziału mat.-przyr.
Akademii Umiejętności w Krakowie.

Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego pod zarządem J. Filipowskiego.

O oddziaływaniu wzajemnem kul poruszających się w ośrodku lepkim

przez

Maryana Smoluchowskiego.

Rzecz przedstawiona na pos. Wydz. mat.-przyr. w dniu 9-ym stycznia 1911 r.

Zadanie hydrodynamiczne Stokesa, polegające na obliczeniu prędkości kuli sztywnej, poruszającej się pod wpływem stałej siły w nieskończenie rozległym ośrodku lepkim, nabyło wielkiego znaczenia wskutek swych zastosowań w różnych działach fizyki. Wymienimy między innemi: obliczenie naboju elektronowego na podstawie pomiarów szybkości opadania mgły (metody J. J. Thomsona i H. A. Wilsona), teoryę ruchu ionów gazowych, teoryę elektrolizy, teoryę ruchów Browna oraz dyfuzyi roztworów koloidalnych.

Zadanie owo zostało prawidłowo rozwiązane przez Stokesa (w założeniu, że ruch odbywa się tak powoli, iż wpływ bezwładności cieczy może być pominięty) a wynik stosowano we wszystkich pomienionych przypadkach, przyjmując milcząco założenie, że to, co stosuje się do jednej kuli w ośrodku nieskończonym, pozostanie przybliżenie ważne, gdy chodzi o całe zbiorowisko kul.

Tymczasem można łatwo dowieść, że tak nie jest.

Chcąc postępować metodycznie, rozpoczynamy od rozważenia wpływu wzajemnego dwóch kul, poruszających się w ośrodku lepkim; do rozwiązania tego zadania użyć można metody stopniowych przybliżeń, analogicznej do metod odbicia, któremi posługujemy się w teoryi potencyału, w akustyce i t. d. Superponując kolejno rozkłady prądu, tak dobrane, że warunek nieruchomości cieczy względ-

dem ściany stałej zostaje spełniony z coraz większą dokładnością na przemian na obu kulach i posługując się w tym celu rozwiązaniem równań hydrodynamicznych w formie podanej przez Lamba, dochodzimy do wniosku (por. *Bull. Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie,* A, Janvier 1911), że dwie kule, poruszające się równolegle z tą samą prędkością, doznają obie oporu zmniejszonego o wielkość

$$\frac{9}{2}\frac{ab\pi}{R},$$

gdzie a, b oznaczają promienie kul, R ich odległość; oprócz tego obie podlegają sile, działającej w kierunku łącznicy od tylnej kuli ku przedniej, wielkości

$$\frac{9}{2}\frac{ab\pi x}{R^2}$$

gdzie x oznacza rzut łącznicy na kierunek ruchu, która to siła zatem może również przyczynić się do przyśpieszenia ruchu oraz może wywołać przesunięcie poprzeczne.

Analogiczną metodę obliczania można stosować do zbiorowiska n takich kul, lecz wówczas otrzymujemy wyniki w formie szeregów zbieżnych tylko w razie, gdy spełniony jest warunek

$$\frac{an}{S} < 1,$$

gdzie S jest wielkością porównywalną z rozmiarami całego zbiorowiska kul; wzór Stokesa stosuje się w przybliżeniu tylko wówczas, gdy owo wyrażenie jest małym ułamkiem.

Do tego samego wyniku dochodzi się także zapomocą prostego bezpośredniego rozważania. Wyobraźmy sobie chmurę kształtu kulistego, o promieniu S, zawierającą n kropelek kulistych (o promieniu a, gęstości σ). Według Stokesa nabędzie ona jako całość wskutek ciężaru kropelek, prędkości

$$\frac{2}{9}\frac{na^3\sigma g}{S};$$

tylko wówczas, gdy ta wielkość jest mała w porównaniu do prędkości kropelek względem gazu otaczającego:

$$\frac{2}{9}\frac{\sigma g a^2}{\mu},$$

prawo Stokesa będzie przybliżenie ważne; warunek stąd wynikający jest identyczny z poprzednio wywiedzionym.

Ztąd wynika wogóle, że prędkość opadania zbiorowiska kul zależy nie tylko od ich wielkości i odstępów, lecz także od rozmiarów i kształtu całego zbiorowiska i że będzie różna w różnych częściach takiego zbiorowiska. Prądy konwekcyjne, występujące w „gęstych" chmurach i pokrywające zupełnie zjawisko regularnego opadania według prawa Stokesa, łatwo można zauważyć np. przy zjawiskach „szlamowania" proszków w cieczach.

Rozważania powyższe tyczą się bezpośrednio tylko chmur, swobodnie unoszących się w przestrzeni wypełnionej przez gaz; w mgłach zamkniętych w naczyniach skłonność do powstawania prądów, zakłócających prawo Stokesa, będzie niewątpliwie mniejsza; zdaje się jednak, że bezkrytyczne używanie owego wzoru w tych przypadkach może również pociągać za sobą znaczne błędy, co należy mieć na uwadze, zwłaszcza wobec wspomnianych poprzednio metod obliczania naboju elektronowego oraz innych zjawisk przewodzenia elektryczności w gazach. W każdym razie obliczenie poprawki wzoru Stokesa, wykonane przez Cunninghama, jest wadliwe, gdyż opiera się ono na milcząco przyjętem założeniu, według którego wszystkie kule poruszają się w sposób zupełnie identyczny; ostatnie to założenie w ogólności nie jest uzasadnione, w pewnych zaś przypadkach jest wręcz fałszywe, jak to powyżej widzieliśmy.